



Iniciação a Lógica Matemática

Faculdade Pitágoras
Prof. Edwar Saliba Júnior
Julho de 2012



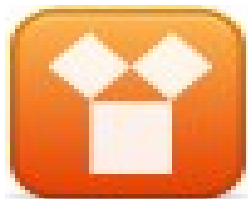
O Nascimento da Lógica

- “É lógico que eu vou!” , “Lógico que ela disse isso!” são expressões que indicam alguma coisa evidente;
- Pode-se perceber que as **palavras** lógica e lógico significam:
 - uma **inferência**: visto que conheço x , disso posso concluir y como consequência;
 - a exigência de **coerência**: visto que x é assim, então é preciso que y seja assim;
 - a exigência de que **não haja contradição** entre o que sabemos de x e a conclusão y a que chegamos;
 - Exigência de que, para entender a **conclusão** y , precisamos saber o suficiente sobre x para conhecer por que se chegou a y .

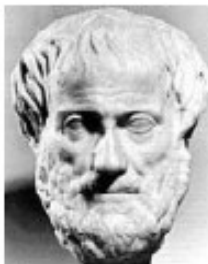


O Nascimento da Lógica

- Ao usarmos as palavras **lógica** e **lógico**, estamos participando de uma tradição de pensamento (com origem na **Filosofia grega**);
- Para Chauí (2006), é uma parte da filosofia que estuda o fundamento e a estrutura do pensamento-conhecimento (*lógos*);
- A *lógica* se ocupa das leis de raciocínio;
- No estudo dessas leis a Lógica está **interessada** principalmente na **forma** e **não no conteúdo** dos argumentos;
Ex: Todo X é Y. Z é X. Portanto, Z é Y.



Fatos Históricos



Aristóteles (384 a.C.–322 a.C.), filósofo grego. Produziu uma obra rica e multifacetada. Nela encontramos uma exaustiva compilação dos conhecimentos do seu tempo, mas também, uma filosofia que ainda hoje influencia a nossa maneira de pensar.

Responsável por escrever os primeiros grandes trabalhos de lógica:

- Coleção de regras para raciocínio dedutivo que pode ser usado em qualquer área do conhecimento.



Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716), filósofo e matemático alemão, provavelmente mais conhecido por ter inventado o cálculo integral e diferencial independentemente de Isaac Newton.

Propõe o uso de símbolos para mecanizar o processo de raciocínio dedutivo.



George Boole (1815–1864), matemático e filósofo inglês.



Augustus De Morgan (1806–1871), matemático inglês.

Propõem as bases da lógica simbólica moderna usando as idéias de Leibniz.



Importância da Lógica

- **Psicologia:** Análise lógica dos argumentos das pessoas pode permitir que se crie **inferências** sobre os princípios que movem as ações desta pessoa;
- **Direito:** Determinação da **coerência** em petições elaboradas por um profissional, evitando a sua contestação;
- **Engenharias:** Desenvolvimento de dispositivos digitais. Construção de circuitos digitais que contém combinações de portas lógicas, que produzem os resultados das operações utilizando lógica binária.



Importância da Lógica

- **Inteligência Artificial e Ciência da Computação:** Determinação dos passos lógicos necessários para a elaboração de um programa;
- **Conclusão:**
 - O estudo da lógica é de grande importância para filósofos, matemáticos, físicos, engenheiros, advogados, administradores, profissionais de computação e etc.



Lógica

- Friedrich Ludwig Gottlob Frege (1848-1925) foi um dos criadores da lógica matemática moderna;
- Lida com a **formalização** das coisas (estrutura dos pensamentos) utilizando, para tal, símbolos ou algoritmos. Ex.: **cálculo de proposições e de predicados.**

$$\forall \$x (\text{viajante}(\$x) \wedge (\exists \$y \text{ integer}(\$y) \wedge \text{idade}(\$x, \$y) \wedge (\$y < 30))$$
$$\leftrightarrow \text{viajante_jovem}(\$x))$$
$$\forall \$x (\text{ônibus_local}(\$x) \rightarrow \text{ônibus}(\$x))$$



Conceitos Preliminares

- Proposição (objeto da lógica);
- Princípios da lógica;
- Valores lógicos das proposições;
- Conectivos proposicionais.



Proposição

- Conjunto de palavras ou símbolos que exprime um pensamento de sentido completo e que pode ser *verdadeiro* ou *falso*;
- As proposições transmitem pensamentos, isto é, *afirmam fatos* ou *exprimem juízos* que formamos a respeito de determinados entes;
- Exemplos:
 - A Lua é um satélite da Terra; (V)
 - $3/5$ é um número inteiro; (F)
 - Sete é menor do que dez. (V)



Não são exemplos de proposições

- Qual a cor do céu?
- Vai chover hoje?
- Quantos anos você tem?
- É a pura realidade!



Princípios Lógicos Fundamentais

- **Princípio da Identidade:** Um ser é sempre idêntico a si mesmo, sem contradições, ou seja, A é A ;
- **Princípio da Não Contradição:** Garante ser impossível ser e não ser ao mesmo tempo, isto é, uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo;
- **Princípio do Terceiro Excluído:** Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, e nunca um outro valor, não havendo uma terceira possibilidade.



Valores Lógicos das Proposições

- Verdade (1) ou (V): Se a proposição é verdadeira;
- Falso (0 – zero) ou (F): Se a proposição é falsa;

Conclusão:

- Toda a proposição tem um, e somente um, dos valores V ou F.



Exemplos

(p) O mercúrio é mais pesado que a água; (V)

Representação: $V(p)=V$ (lê-se: o **valor lógico** da proposição **p** é igual a **verdadeiro**)

(q) O Sol gira em torno da Terra; (F)

Representação: $V(q)=F$



Proposição Simples ou Atômica

- Formada por uma única proposição;
- Geralmente designada por letras minúsculas p, q, r, s, \dots , chamadas letras proposicionais;
- Exemplos:
 - p : O número 6 é par;
 - q : Ontem choveu;
 - r : Jorge é engenheiro;
 - s : O número 25 é um quadrado.



Proposição Composta ou Molecular

- Formada pela combinação de duas ou mais proposições;
- Geralmente designada por letras maiúsculas P, Q, R, S, ..., também chamadas letras proposicionais;
- Exemplos:
 - P: **O número 6 é par e o número 8 é cubo perfeito;**
 - Q: **O triângulo ABC é retângulo ou é isósceles;**
 - R: **Se Jorge é engenheiro então sabe matemática.**



Conectivos Proposicionais

- São conectivos usuais na Lógica Matemática utilizados para formar novas proposições a partir de outras;
 - Exemplos:
 - P: O número 6 é par **e** o número 8 é um cubo perfeito;
 - Q: O triângulo ABC é retângulo **ou** isósceles;
 - R: **Não** está chovendo;
 - S: **Se** Jorge é engenheiro, **então** sabe Matemática;
 - T: O aluno fará nova prova **se e somente se** puder justificar sua falta;
 - Z: Carlos é alagoano **ou** gaúcho - pode ser um ou outro.



Conectivos Proposicionais

- Representação:
 - Negação (não): “ \sim ”
 - Conjunção (e): “ \wedge ”
 - Disjunção (ou): “ \vee ”
 - Disjunção exclusiva (ou um ou outro): “ $\underline{\vee}$ ”
 - Condicional (se... então): “ \rightarrow ”
 - Bicondicional (...se e somente se...): “ \leftrightarrow ”.



Mudança de Linguagem

- Exemplo 1:

p : Roma é capital da França. (F)

$\sim p$: Roma não é capital da França. (V)

q : Carlos é mecânico.

$\sim q$: Carlos não é mecânico.

OU

Não é verdade que Carlos é mecânico.



Mudança de Linguagem

- Exemplo 2:

p: A neve é branca. (V)

q: $2 < 5$ (V)

$p \wedge q$: A neve é branca e $2 < 5$. (V)

r: Paris é capital da França. (V)

s: $9 - 4 = 5$ (V)

$p \vee q$: Paris é capital da França ou $9 - 4 = 5$ (V)



Mudança de Linguagem

- Exemplo 3:

p : Cláudio fala inglês.

q : Cláudio fala alemão.

$p \vee q$: Cláudio fala inglês ou Cláudio fala alemão.

$p \wedge q$: Cláudio fala inglês e Cláudio fala alemão.

$p \wedge \sim q$: Cláudio fala inglês e Cláudio não fala alemão.

$\sim p \wedge \sim q$: Cláudio não fala inglês e Cláudio não fala alemão.

$\sim(\sim p \wedge \sim q)$: Não é verdade que Cláudio não fala inglês e Cláudio não fala alemão.



Exercícios

- Lista 01



Bibliografia

- AFONSO, Amintas Paiva. **Matematiquês**. Disponível em: <<http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=423>> Acesso em: 31 jul. 2012.
- ALENCAR FILHO, Edgard de. **Iniciação a lógica matemática**. São Paulo: Nobel, 2002.
- TELES, Diana de Barros. *Slides da Disciplina de Matemática Computacional*. Faculdade Pitágoras, Belo Horizonte - MG, 2010.
- FLOYD, Thomas L. **Sistemas digitais fundamentos e aplicações**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- GERSTING, Judith L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.
- MENDONÇA, Fabrício Martins. *Slides da Disciplina de Lógica Matemática Computacional*. Faculdade Pitágoras, Belo Horizonte - MG, 2010.