

George Boole

Álgebra Booleana

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Triângulo Mineiro
Prof. Edwar Saliba Júnior
Fevereiro de 2018



Histórico

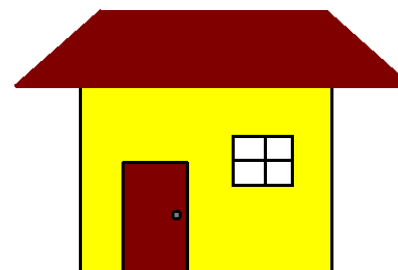
- A álgebra booleana, também conhecida como álgebra de boole, foi criada pelo matemático inglês George Boole (1815-1864);
- Boole construiu sua lógica a partir de símbolos, representando as expressões por letras e ligando-as através de conectivos - símbolos algébricos;



A = O carro é azul.

A = Falso

A + B = Verdadeiro



B = A casa é amarela.

B = Verdadeiro

A . B = Falso



Histórico

- A álgebra booleana trabalha com apenas duas grandezas:
 - falso ou verdadeiro ou
 - 0 (zero) ou 1 ou
 - ligado ou desligado.
- Atualmente, todos os sistemas digitais são baseados nela, relacionando os níveis lógicos 0 e 1 com a ausência ou passagem de corrente elétrica.



Regras e Definições

- A Álgebra Booleana trabalha apenas com duas grandezas: **Falso** e **Verdadeiro**. Assim sendo, podemos definir:
 - Variável Booleana, Lógica ou Binária como a variável que apenas pode assumir dois valores: sim ou não, verdade ou falso, 1 ou 0;
 - **Proposição**, como sendo todo o enunciado do qual se pode afirmar que é verdadeiro ou falso (ou sim ou não!). Vejamos:
 - "**Amanhã vai chover?**" - esta frase NÃO CONSTITUI UMA PROPOSIÇÃO, pois, as respostas possíveis são: "sim", "não", "talvez...", "não sei...";
 - Por outro lado, se eu perguntar: "**1 + 1 são 2?**" - esta é uma proposição, pois, permite apenas uma resposta: "sim" ou "não";

A = "Lisboa é a capital de Portugal."

B = "Bélgica é um país da América Latina."

A e **B** neste contexto são variáveis booleanas. Aqui, podemos associar a **A** o valor lógico **verdade** e a **B** o valor lógico **falso** e, como tal, são proposições.



Exemplos de Proposições

- $A = \text{"O dia está quente."}$
Valor lógico = ?
- $B = \text{"A cor da parede é roxa."}$
Valor lógico = ?
- $C = \text{"O prédio em que estamos tem dois andares."}$
Valor lógico = ?



Operações Lógicas

- A álgebra Booleana nos permite fazer algumas operações lógicas sobre as grandezas “**Falso**” e “**Verdadeiro**”;
- Vejamos algumas destas operações através de um anúncio de jornal feito pela empresa XYZ, mostrado no próximo *slide*.



Operações Lógicas

- Precisa-se de secretária: Com no **mínimo 1,65 m.** de altura **e** que seja **fluyente em Inglês ou Alemão.** Salário R\$5.200,00.
- Para a vaga acima, apareceram as seguintes candidatas:
 - a) Uma mulher com 1,67 de altura mas que não tem fluência em nenhum idioma além do português
 - b) Uma mulher com 1,66 de altura que fala inglês fluentemente
 - c) Uma mulher com 1,63 de altura com fluência em inglês, francês e alemão
 - d) Uma mulher com 1,70 de altura com fluência em francês
 - e) Uma mulher com 1,65 de altura com fluência em alemão
- Pergunta-se: **quais das candidatas acima estão aptas a disputar a vaga?**



Mais Exemplos de Proposições

- **A** = “A cor do quadro é branca.”
- **B** = “As luzes da sala de aula são incandescentes.”

Valor lógico para **A e B** = ?

- **A** = “Goiânia é a capital de Minas Gerais.”
- **B** = “Unix é o nome de um sistema operacional.”

Valor lógico para **A ou B** = ?



Lógica de Programação

Principais Operadores Lógicos

Operador	Representado por				Exemplos
OU	+	v	OR		A + B A v B A ou B A or B A B
E	.	^	AND	&&	A . B A ^ B A e B A and B A && B
NÃO	- ou '	¬ ou ~	NOT	!	A' ¬A ~A não A not A !A \overline{A}



Prioridade dos Operadores

Operador	Prioridade	
Não	3	Maior
E	2	
OU	1	Menor

An upward-pointing arrow is positioned between the 'Menor' and 'Maior' labels, indicating the increasing priority from bottom to top.



Exemplos de Operações Booleanas

- **Vamos assumir os seguintes valores para as seguintes proposições:**

A = Falso

B = Verdadeiro

- **Operações:**

$A + B = \text{Verdadeiro}$

$A \cdot B = \text{Falso}$

$\sim A = \text{Verdadeiro}$

$\sim B = \text{Falso}$



Mais Exemplos de Operações Booleanas

- **Vamos assumir os seguintes valores para as seguintes proposições:**

$$A = 1$$

$$B = 3$$

$$C = 5$$

- **Operações:**

$$A > B = \text{Falso}$$

$$A < C = \text{Verdadeiro}$$

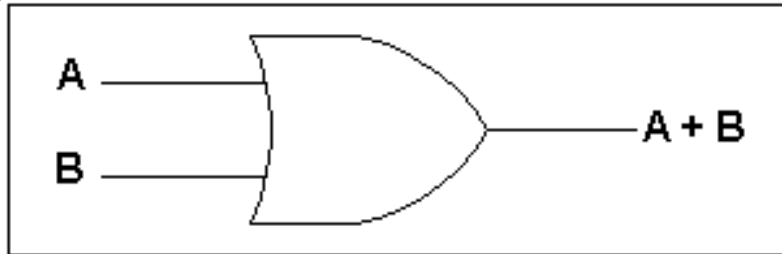
$$(A < B) \cdot (8 < C) = \text{Falso}$$

$$\sim(B > 5) = \text{Verdadeiro}$$



Tabela Verdade

- **OU (OR):**

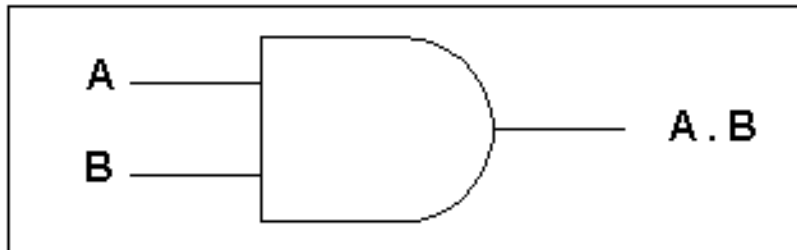


A	B	A + B
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F



Tabela Verdade

- **E (AND):**

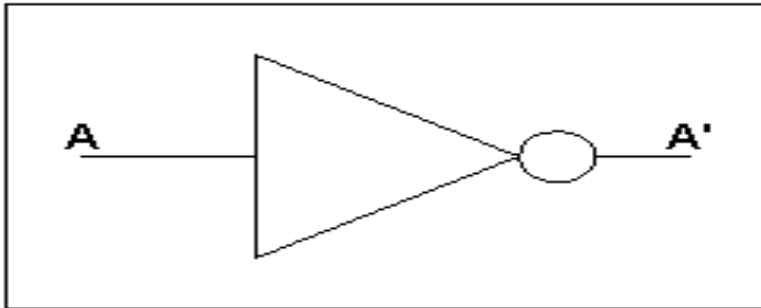


A	B	A . B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F



Tabela Verdade

- **Negação (NOT):**



A	$\sim A$
V	F
F	V



Vamos a um pequeno teste!

- Tomando o exemplo citado anteriormente, onde:
 - **A = "Lisboa é a capital de Portugal."**
 - **B = "Bélgica é um país da América Latina."**
- Podemos efetuar as seguintes operações:

$$A + B = \text{Verdadeiro}$$

$$A \cdot B = \text{Falso}$$

$$\sim A = \text{Falso}$$

$$\sim B = \text{Verdadeiro}$$

$$\sim(A + B) = \text{Falso}$$

$$\sim(A \cdot B) = \text{Verdadeiro}$$

$$A \cdot \sim B = \text{Verdadeiro}$$

$$\sim A + B = \text{Falso.}$$



Mais Exemplos de Proposições

- A = “O Prof. Edwar é bonito.”
- B = “O Prof. Edwar tem olhos azuis.”

Valor lógico para **A e B** = ?

- A = “O Prof. Edwar é bonito.”
- B = “O Prof. Edwar tem olhos azuis.”

Valor lógico para **A ou B** = ?

- A = “Todas as salas de aula têm paredes pintadas na cor branca.”
- B = “Os computadores do laboratório são pretos.”
- C = “O Prof. Edwar é loiro.”

Valor lógico para **A e B e C** = ?



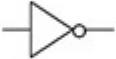


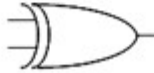
Valor lógico para **A e B ou C** = ?

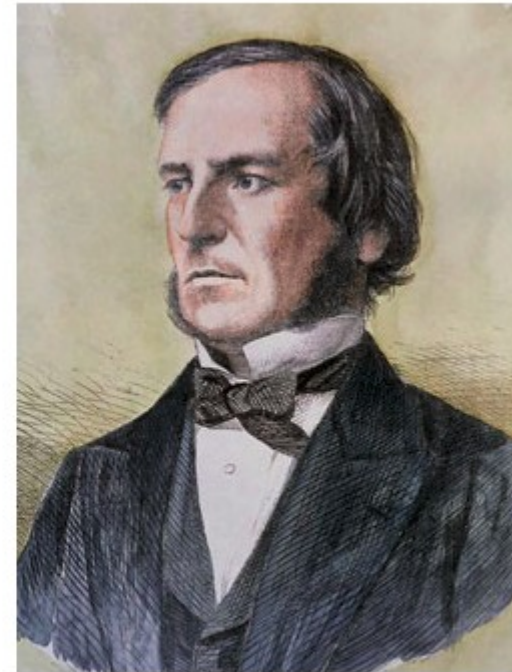
Valor lógico para **A ou B e C** = ?

Valor lógico para **(A ou B) e C** = ?



Outros Operadores

Gate	Symbol	Operator
and		$A \cdot B$
or		$A + B$
not		\bar{A}
nand		$\overline{A \cdot B}$
nor		$\overline{A + B}$
xor		$A \oplus B$



George Boole

Fonte: <http://www.edurite.com/blog/wp-content/uploads/2015/11/George_Boole_fb_post.png>. Acesso em: 02 Jan. 2018



Exercícios

- **Dadas as seguintes proposições:**

$A = 7, B = 19, C = 11$ e $D = 2$

- **Determine o resultado de:**

1) $A < B$

2) $\sim(C < B)$

3) $(A > D) + (C > D)$

4) $(C < B) + \sim(A < A)$

5) $\sim((D < B) \cdot (C < B))$

6) $(B > C) + (A > D)$

7) $(C < D) + ((D < A) \cdot ((A < D) + (B > D)))$

8) $\sim(D > C) + \sim(A > B)$

9) $\sim(((A < D) + (A = B)) \cdot (A < 3))$

10) $(9 > C) + (C < C) \cdot \sim(D > 2)$

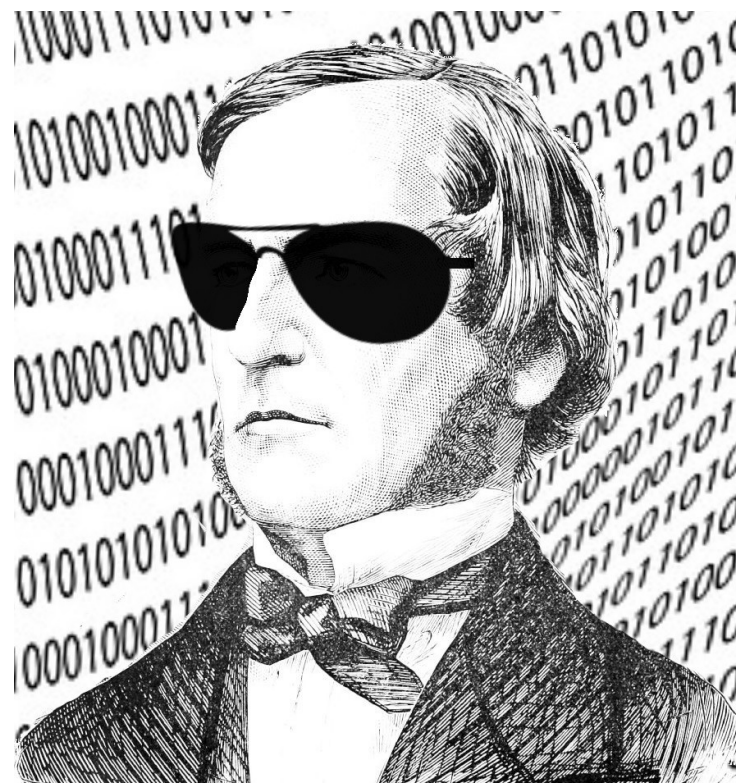
11) $(B > 5) \cdot (C = A)$

12) $\sim(A = 7) + (D > B) + (C < 11)$



Homenagem

- Ele é o cara!!!



Fonte: <<https://www.flickr.com/photos/127862694@N03/15331437294>>. Acesso em: 02 Jan. 2018



Bibliografia

- ASCENCIO, Ana F. G.; CAMPOS, Edilene A. V. ***Fundamentos da Programação de Computadores***. 2. ed., São Paulo: Pearson-Prentice Hall, 2007.
- EDURITE - LEARNING MADE EASY. **George Boole (Birth Anniversary) | Boolean Logic/Boolean Algebra**. Disponível em: <<http://www.edurite.com/blog/george-boole-birth-anniversary-boolean-logicboolean-algebra/7494/#>>. Acesso em: 02 Jan. 2018.
- FLICKR. **Irish Philosophy**. Disponível em: <<https://www.flickr.com/photos/127862694@N03/15331437294/>>. Acesso em: 02 Jan. 2018.
- WIKIMEDIAS COMMONS. **File:Portrait of George Boole.png**. Disponível em: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Portrait_of_George_Boole.png>. Acesso em: 02 Jan. 2018. (Foto do primeiro slide).