



George Boole

## Álgebra Booleana

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Triângulo Mineiro  
Prof. Edwar Saliba Júnior  
Fevereiro de 2018

## Histórico

- A álgebra booleana, também conhecida como álgebra de boole, foi criada pelo matemático inglês George Boole (1815-1864);
- Boole construiu sua lógica a partir de símbolos, representando as expressões por letras e ligando-as através de conectivos - símbolos algébricos;



**A** = O carro é azul.

**A** = Falso

**A + B** = Verdadeiro



**B** = A casa é amarela.

**B** = Verdadeiro

**A . B** = Falso

## Histórico

- A álgebra booleana trabalha com apenas duas grandezas:
  - falso ou verdadeiro ou
  - 0 (zero) ou 1 ou
  - ligado ou desligado.
- Atualmente, todos os sistemas digitais são baseados nela, relacionando os níveis lógicos 0 e 1 com a ausência ou passagem de corrente elétrica.

## Regras e Definições

- A Álgebra Booleana trabalha apenas com duas grandezas: **Falso** e **Verdadeiro**. Assim sendo, podemos definir:
  - Variável Booleana, Lógica ou Binária como a variável que apenas pode assumir dois valores: sim ou não, verdade ou falso, 1 ou 0;
  - **Proposição**, como sendo todo o enunciado do qual se pode afirmar que é verdadeiro ou falso (ou sim ou não!). Vejamos:
    - "Amanhã vai chover?" - esta frase NÃO CONSTITUI UMA PROPOSIÇÃO, pois, as respostas possíveis são: "sim", "não", "talvez...", "não sei...";
    - Por outro lado, se eu perguntar: "**1 + 1 são 2?**" - esta é uma proposição, pois, permite apenas uma resposta: "sim" ou "não";

**A = "Lisboa é a capital de Portugal."**

**B = "Bélgica é um país da América Latina."**

**A** e **B** neste contexto são variáveis booleanas. Aqui, podemos associar a **A** o valor lógico **verdade** e a **B** o valor lógico **falso** e, como tal, são proposições.

## Exemplos de Proposições

- $A = \text{"O dia está quente."}$   
Valor lógico = ?
- $B = \text{"A cor da parede é roxa."}$   
Valor lógico = ?
- $C = \text{"O prédio em que estamos tem dois andares."}$   
Valor lógico = ?



## Operações Lógicas

- A álgebra Booleana nos permite fazer algumas operações lógicas sobre as grandezas “**Falso**” e “**Verdadeiro**”;
- Vejamos algumas destas operações através de um anúncio de jornal feito pela empresa XYZ, mostrado no próximo *slide*.

## Operações Lógicas

- Precisa-se de secretária: Com no mínimo 1,65 m de altura e que seja fluente em inglês ou Alemão. Salário R\$5.200,00.
- Para a vaga acima, apareceram as seguintes candidatas:
  - a) Uma mulher com 1,67 de altura mas que não tem fluência em nenhum idioma além do português
  - b) Uma mulher com 1,66 de altura que fala inglês fluentemente
  - c) Uma mulher com 1,63 de altura com fluência em inglês, francês e alemão
  - d) Uma mulher com 1,70 de altura com fluência em francês
  - e) Uma mulher com 1,65 de altura com fluência em alemão
- Pergunta-se: **quais das candidatas acima estão aptas a disputar a vaga?**

## Mais Exemplos de Proposições

- **A** = “A cor do quadro é branca.”
- **B** = “As luzes da sala de aula são incandescentes.”

Valor lógico para **A e B** = ?

- **A** = “Goiânia é a capital de Minas Gerais.”
- **B** = “Unix é o nome de um sistema operacional.”

Valor lógico para **A ou B** = ?

## Principais Operadores Lógicos

| Operador | Representado por |        |     |    | Exemplos   |
|----------|------------------|--------|-----|----|--|
| OU       | +                | v      | OR  |    | A + B<br>A v B<br>A ou B<br>A or B<br>A    B     |
| E        | .                | ^      | AND | && | A . B<br>A ^ B<br>A e B<br>A and B<br>A && B     |
| NÃO      | – ou '           | ¬ ou ~ | NOT | !  | A'<br>¬A<br>~A<br>não A<br>not A<br>!A<br>–<br>A |

# Prioridade dos Operadores

| Operador | Prioridade |       |
|----------|------------|-------|
| Não      | 3          | Maior |
| E        | 2          | ↑     |
| OU       | 1          | Menor |



## Exemplos de Operações Booleanas

- **Vamos assumir os seguintes valores para as seguintes proposições:**

$A = \text{Falso}$

$B = \text{Verdadeiro}$

- **Operações:**

$A + B = \text{Verdadeiro}$

$A \cdot B = \text{Falso}$

$\sim A = \text{Verdadeiro}$

$\sim B = \text{Falso}$

## Mais Exemplos de Operações Booleanas

- Vamos assumir os seguintes valores para as seguintes proposições:

$$A = 1$$

$$B = 3$$

$$C = 5$$

- Operações:

$$A > B = \text{Falso}$$

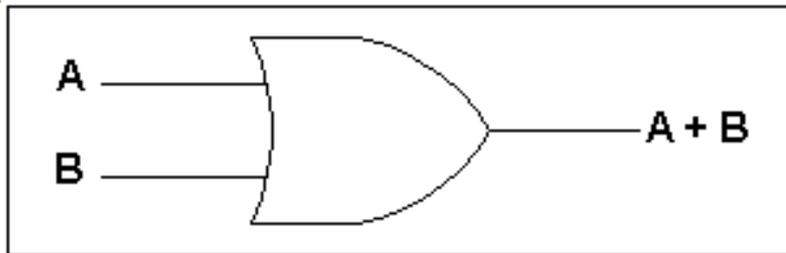
$$A < C = \text{Verdadeiro}$$

$$(A < B) \cdot (8 < C) = \text{Falso}$$

$$\sim(B > 5) = \text{Verdadeiro}$$

## Tabela Verdade

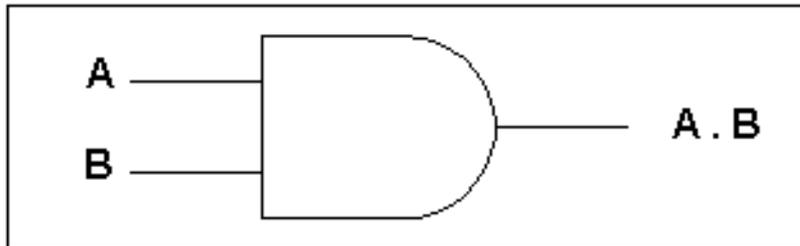
- **OU (OR):**



| A | B | A + B |
|---|---|-------|
| V | V | V     |
| V | F | V     |
| F | V | V     |
| F | F | F     |

## Tabela Verdade

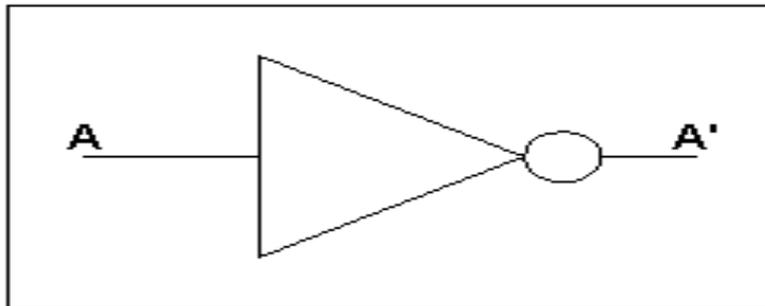
- **E (AND):**



| A | B | A . B |
|---|---|-------|
| V | V | V     |
| V | F | F     |
| F | V | F     |
| F | F | F     |

# Tabela Verdade

- Negação (NOT):



| A | $\sim A$ |
|---|----------|
| V | F        |
| F | V        |

## Vamos a um pequeno teste!

- Tomando o exemplo citado anteriormente, onde:
  - $A = \text{"Lisboa é a capital de Portugal."}$
  - $B = \text{"Bélgica é um país da América Latina."}$
- Podemos efetuar as seguinte operações:

$$A + B = \text{Verdadeiro}$$

$$A \cdot B = \text{Falso}$$

$$\sim A = \text{Falso}$$

$$\sim B = \text{Verdadeiro}$$

$$\sim(A + B) = \text{Falso}$$

$$\sim(A \cdot B) = \text{Verdadeiro}$$

$$A \cdot \sim B = \text{Verdadeiro}$$

$$\sim A + B = \text{Falso.}$$

## Mais Exemplos de Proposições

- A = “O Prof. Edwar é bonito.”
- B = “O Prof. Edwar tem olhos azuis.”

Valor lógico para **A e B** = ?

- A = “O Prof. Edwar é bonito.”
- B = “O Prof. Edwar tem olhos azuis.”

Valor lógico para **A ou B** = ?

- A = “Todas as salas de aula têm paredes pintadas na cor branca.”
- B = “Os computadores do laboratório são pretos.”
- C = “O Prof. Edwar é loiro.”

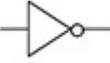
Valor lógico para **A e B e C** = ?

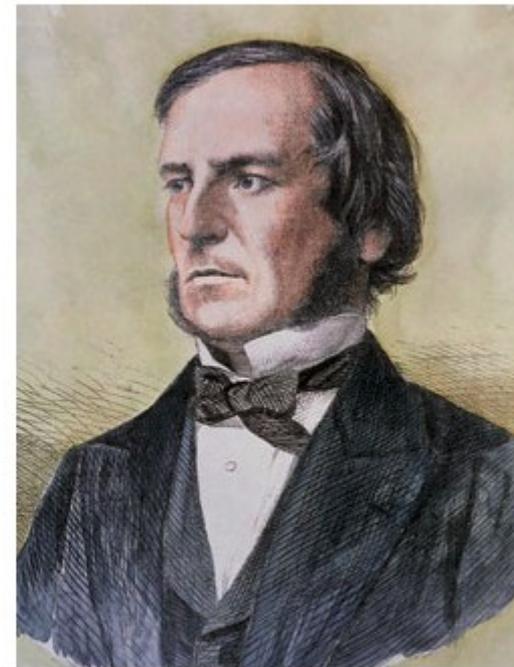
Valor lógico para **A e B ou C** = ?

Valor lógico para **A ou B e C** = ?

Valor lógico para **(A ou B) e C** = ?

## Outros Operadores

| Gate | Symbol  | Operator               |
|------|---|------------------------|
| and  |    | $A \cdot B$            |
| or   |    | $A + B$                |
| not  |    | $\bar{A}$              |
| nand |    | $\overline{A \cdot B}$ |
| nor  |   | $\overline{A + B}$     |
| xor  |  | $A \oplus B$           |



George Boole

Fonte: <[http://www.edurite.com/blog/wp-content/uploads/2015/11/George\\_Boole\\_fb\\_post.png](http://www.edurite.com/blog/wp-content/uploads/2015/11/George_Boole_fb_post.png)>.  
Acesso em: 02 Jan. 2018

## Exercícios

- **Dadas as seguintes proposições:**

$A = 7, B = 19, C = 11$  e  $D = 2$

- **Determine o resultado de:**

1)  $A < B$

2)  $\sim(C < B)$

3)  $(A > D) + (C > D)$

4)  $(C < B) + \sim(A < A)$

5)  $\sim((D < B) \cdot (C < B))$

6)  $(B > C) + (A > D)$

7)  $(C < D) + ((D < A) \cdot ((A < D) + (B > D)))$

8)  $\sim(D > C) + \sim(A > B)$

9)  $\sim(((A < D) + (A = B)) \cdot (A < 3))$

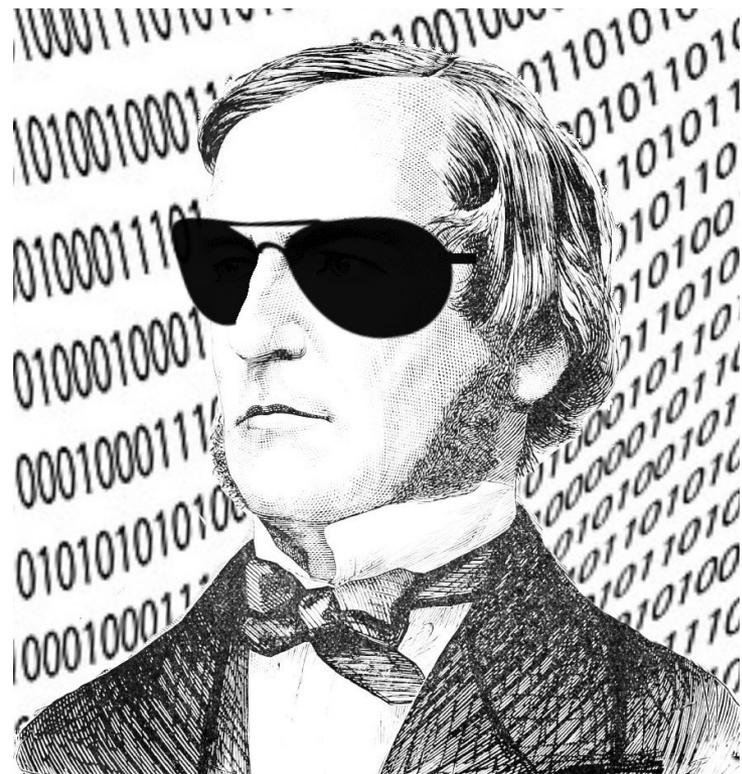
10)  $(9 > C) + (C < C) \cdot \sim(D > 2)$

11)  $(B > 5) \cdot (C = A)$

12)  $\sim(A = 7) + (D > B) + (C < 11)$

# Homenagem

- Ele é o cara!!!



Fonte: <<https://www.flickr.com/photos/127862694@N03/15331437294>>. Acesso em: 02 Jan. 2018

## Bibliografia

- ASCENCIO, Ana F. G.; CAMPOS, Edilene A. V. ***Fundamentos da Programação de Computadores***. 2. ed., São Paulo: Pearson-Prentice Hall, 2007.
- EDURITE – LEARNING MADE EASY. **George Boole (Birth Anniversary) | Boolean Logic/Boolean Algebra**. Disponível em: <<http://www.edurite.com/blog/george-boole-birth-anniversary-boolean-logicboolean-algebra/7494/#>>. Acesso em: 02 Jan. 2018.
- FLICKR. **Irish Philosophy**. Disponível em: <<https://www.flickr.com/photos/127862694@N03/15331437294>>. Acesso em: 02 Jan. 2018.
- WIKIMEDIAS COMMONS. **File:Portrait of George Boole.png**. Disponível em: <[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Portrait\\_of\\_George\\_Boole.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Portrait_of_George_Boole.png)>. Acesso em: 02 Jan. 2018. (Foto do primeiro slide).